

CONDUCTIBILITÉ THERMIQUE D'UNE COMPOSITION FUMIGÈNE
À BASE DE PHOSPHORE ROUGE

par

S. Nolet* et P. Lessard

* Adjoint à la recherche
été 1988.

DEFENCE RESEARCH ESTABLISHMENT
CENTRE DE RECHERCHES POUR LA DÉFENSE
VALCARTIER

Tel: (418) 844-4271

Québec, Canada

December/décembre 1990

SANS CLASSIFICATION

ABSTRACT

The evaluation of the thermal conductivity allows a better characterization of the combustion front propagation in a smoke composition. A simple commercial apparatus, modified for our needs, was used for this purpose. Once the optimal experimental conditions were defined, the appropriate calculation method was selected.

Tests performed on the different ingredients used in an experimental red-phosphorus-based smoke composition showed that the type of aluminum is an important factor in obtaining a high value of thermal conductivity. The best results were obtained using a flake aluminum.

RÉSUMÉ

L'évaluation de la conductibilité thermique permet de mieux caractériser la propagation du front de combustion dans une composition fumigène. Pour ce faire, on a utilisé un appareil commercial simple, modifié pour nos besoins. Une fois les conditions expérimentales optimales définies, on a déterminé la méthode de calcul la plus appropriée.

Les essais effectués sur les différents ingrédients qui entrent dans une composition fumigène expérimentale à base de phosphore rouge démontrent que le type d'aluminium utilisé est déterminant pour obtenir une valeur de conductibilité thermique élevée. Les meilleurs résultats ont été obtenus avec un aluminium en flocons.

TABLE DES MATIÈRES

ABSTRACT/RÉSUMÉ	i
FICHE DE SYNTHÈSE	v
NOMENCLATURE	vii
1.0 INTRODUCTION	1
2.0 PARTIE EXPÉRIMENTALE.	1
2.1 Appareils et mesures	1
2.2 Théorie	3
2.3 Essais préliminaires	5
2.4 Essais principaux.	6
3.0 RÉSULTATS ET DISCUSSION	7
3.1 Essais préliminaires	7
3.2 Essais principaux	9
4.0 CONCLUSIONS	13
5.0 REMERCIEMENTS	13
6.0 RÉFÉRENCES	14
TABLEAUX I à VI	
FIGURE 1	
ANNEXE A - Développement des équations.	15
ANNEXE B - Exemple de calcul.	20

FICHE DE SYNTHÈSE

A cause des désavantages de la présente composition au phosphore rouge utilisée dans le marqueur marin de localisation C2 (MLM C2), on a récemment développé avec succès au Centre de recherches pour la défense, Valcartier, une nouvelle composition fumigène à base de phosphore rouge incluant un liant polymérique. Lors de la combustion de cette composition, le transfert de chaleur est un phénomène important et par conséquent la conductibilité thermique est un facteur déterminant dans la propagation du front de combustion.

Les travaux décrits dans ce document portaient sur l'évaluation de la conductibilité thermique de cette nouvelle composition à l'aide d'un appareil commercial simple modifié pour nos besoins et adapté pour l'échantillonnage et le traitement des données par micro-ordinateur. Les essais préliminaires avaient pour but de comparer deux méthodes de calcul et d'établir les conditions expérimentales optimales. Les essais principaux ont porté sur l'évaluation de la conductibilité thermique de la composition à base de phosphore rouge et sur l'influence des différents ingrédients qui entrent dans sa préparation. Les résultats démontrent que le type d'aluminium utilisé comme combustible est déterminant pour obtenir une valeur de conductibilité thermique élevée; les meilleurs résultats sont obtenus avec un aluminium en flocons.

De plus ces travaux ont permis la mise en place d'une méthode et d'un système qui nous permettront à l'avenir de mieux caractériser les compositions pyrotechniques avant même de les utiliser dans un générateur expérimental.

NOMENCLATURE

A	Aire du bloc de cuivre en contact avec l'échantillon en cm^2
ϵ	Chaleur spécifique du cuivre en $\text{cal/g}^\circ\text{C}$
D	Diamètre de l'échantillon en cm
k	Conductibilité thermique de l'échantillon en $\text{cal/cm}^\circ\text{C-s}$
L	Épaisseur de l'échantillon en cm
m	Masse de l'échantillon en g
m_1	Pente de la courbe en s^{-1}
(m_1+m_2)	Pente de la courbe en s^{-1}
M_c	Masse du bloc de cuivre en g
P	Pression de compaction en MPa
q	Flux d'énergie en cal/s
Q	Quantité d'énergie en cal
t	temps en s
T	Température du bloc de cuivre en $^\circ\text{C}$
T_l	Température du bloc de la source de chaleur en $^\circ\text{C}$
T_s	Température du bloc de cuivre à l'équilibre en $^\circ\text{C}$
T_a	Température ambiante en $^\circ\text{C}$
ρ	Densité de l'échantillon en g/cm^3

1.0 INTRODUCTION

Lors de la combustion d'une composition pyrotechnique, le transfert de chaleur est un phénomène important et la conductibilité thermique de cette composition est donc un facteur déterminant dans la propagation du front de combustion. On a entrepris d'évaluer la conductibilité thermique d'une composition pyrotechnique à l'aide d'une méthode mise au point pour l'étude d'explosifs composites (réf. 1-2). On a adapté cette méthode de façon à faire l'échantillonnage et le traitement des données par micro-ordinateur.

Les essais préliminaires avaient pour objectif la comparaison de deux méthodes de calcul et la recherche des conditions expérimentales optimales de fonctionnement. Les essais principaux ont d'abord porté sur l'évaluation de la conductibilité thermique d'une composition fumigène expérimentale à base de phosphore rouge et sur l'influence des différents ingrédients qui entrent dans sa préparation. En second lieu, on a tenté d'observer l'effet possible de la présence d'une interface dans un échantillon.

Ces travaux ont été réalisés au CRDV entre mai et août 1988 dans le cadre du PSC 31C, Matériaux énergétiques.

2.0 PARTIE EXPÉRIMENTALE

2.1 Appareils et mesures

Pour évaluer la conductibilité thermique, nous avons utilisé un appareil Cenco-Fitch modifié (réf. 1) tel qu'illustré schématiquement à la figure 1.

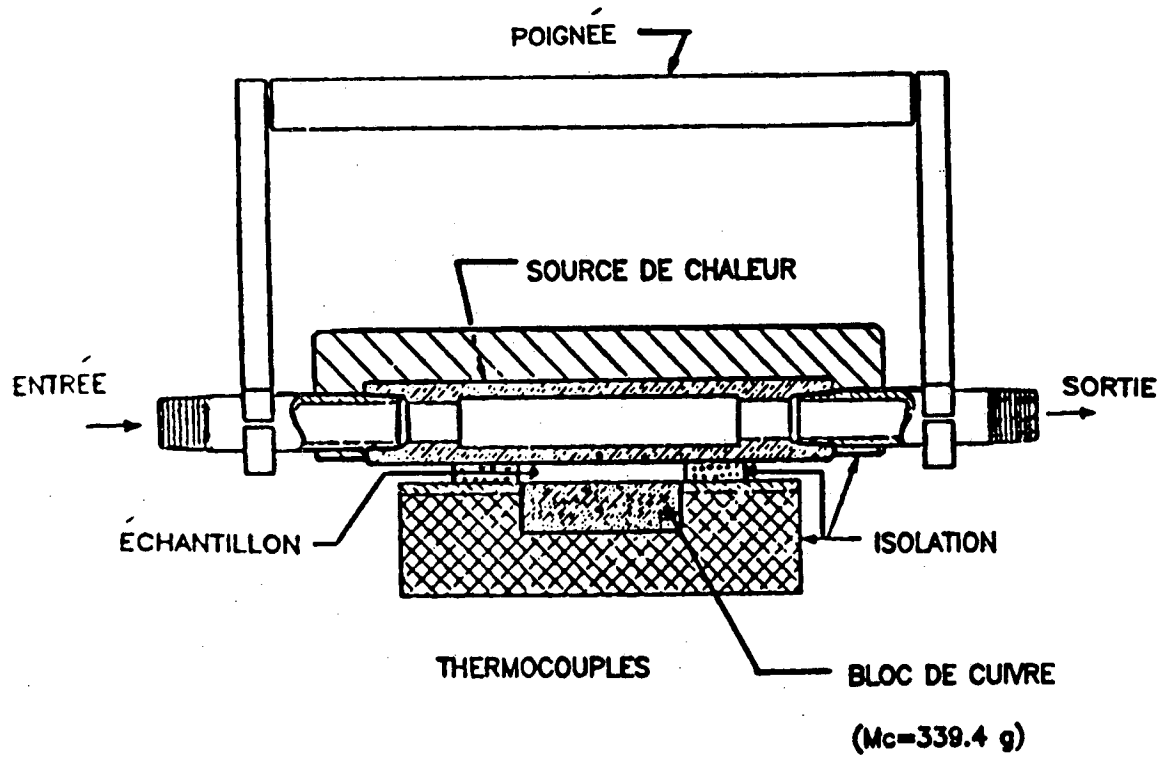


FIGURE 1 - Appareil permettant de mesurer la conductibilité thermique

Pour mesurer la température de la source nous utilisons un thermocouple cuivre-constantan dans une gaine d'acier inoxydable d'un diamètre de 0.0625 cm (1/16 pouce). Dans le bloc de cuivre, le thermocouple original a été remplacé par un de cuivre-constantan fabriqué avec des fils de 254 μm de diamètre (0.010 po, AWG30). La jonction a été obtenue par fusion des fils. L'exactitude de ces thermocouples a été vérifiée par des tests effectués dans la glace fondante (0°C) et l'eau bouillante (100°C). La température de la source de chaleur est maintenue constante à 90°C par la circulation d'un mélange de glycol et d'eau provenant d'un bain thermostaté.

Le système a été adapté de façon à permettre l'enregistrement des températures par un micro-ordinateur IBM Personal Computer. L'interface est assurée par une carte d'acquisition de données "Omega Stand-Alone Interface OM-931". Les conditions d'échantillonnage sont fixées à l'aide du logiciel "Labtech Notebook Data acquisition OM-900". Le traitement des données est fait avec le logiciel "Lotus 1-2-3" version 2.

Les essais préliminaires ont de plus permis de constater que l'ajout d'isolation sur le pourtour extérieur de l'échantillon permet d'améliorer les valeurs obtenues.

2.2 Théorie

Il existe deux façons d'effectuer les calculs pour évaluer la conductibilité thermique d'un échantillon à l'aide du système utilisé. Ces méthodes ont déjà été décrites à la ref. 1. Le traitement mathématique a cependant été repris de façon à obtenir des équations en fonction des températures plutôt que des voltages. Le développement de ces équations est présenté à l'annexe A.

2.2.1 Méthode abrégée

Si on assume que les pertes de chaleur sont nulles et que la quantité de chaleur transmise à travers l'échantillon est totalement absorbée par le bloc de cuivre, la température de celui-ci (T) peut alors être reliée aux autres variables par l'expression suivante:

$$\ln (T_1 - T) = - \frac{k A}{LM_c} t + \ln (T_1 - T_a) \quad [1]$$

Un tracé de $\ln (T_1 - T)$ en fonction du temps t devrait alors nous donner une droite de pente $-m_1$ et l'on peut déterminer la conductibilité à l'aide de la relation suivante:

$$k = - m_1 \frac{LM_c}{A} \quad [2]$$

2.2.2 Méthode rigoureuse

Si on assume que des pertes de chaleur existent et qu'elles sont proportionnelles au gradient de température entre le bloc et l'air ambiant (T_a) par un facteur m_2 , la relation entre la température du bloc (T) et les autres variables devient alors:

$$\ln (T_s - T) = - (m_1 + m_2)t + \ln \left[\frac{m_1 (T_1 - T_a)}{m_1 + m_2} \right] \quad [3]$$

Pour utiliser cette méthode, il est nécessaire de connaître la température du bloc (T_s) lorsque l'équilibre est atteint. Un tracé de $\ln (T_s - T)$ en fonction du temps t devrait alors donner une droite de pente $-(m_1 + m_2)$ et nous permettre de déterminer la conductibilité à l'aide de la relation suivante:

$$k = - (m_1 + m_2) \frac{LCM_c}{A} \left[1 - \frac{(T_s - T_1)}{(T_a - T_1)} \right] \quad [4]$$

2.3 Essais préliminaires

2.3.1 But

Les essais préliminaires avaient pour but de comparer la méthode de calcul abrégée et la méthode de calcul rigoureuse et également de permettre de fixer les conditions expérimentales optimales.

2.3.2 Échantillons étudiés

Les essais préliminaires ont été réalisés d'abord sur des échantillons d'un liant polymérique de type polybutadiène, à base de R-45M, qui avait déjà été caractérisé lors de l'étude précédente (réf. 1). D'autre part, on a ensuite réalisé des essais sur une composition fumigène expérimentale à base de phosphore rouge, le C-65. Cette formulation comprend 71% de phosphore rouge (P), 15.3% de nitrate de sodium (NaNO_3) comme oxydant, 7.7% d'aluminium (Al) employé comme combustible, 1% d'isopropylate de titane et 1% de carbonate de calcium (CaCO_3) utilisés comme stabilisants, et inclus 4% d'un polybutadiène (TARTENE 1202) comme liant.

2.3.3 Conditions étudiées

Nous avons étudié les conditions expérimentales pouvant influencer l'évaluation de la conductibilité thermique soit: la présence d'isolation au pourtour extérieur de l'échantillon, l'épaisseur et le diamètre de l'échantillon de même que la pression de compaction utilisé lors de sa préparation.

2.4 Essais principaux

2.4.1 Conditions utilisées

Les essais principaux ont été menés dans les conditions optimales déterminées lors des essais préliminaires, soit un échantillon d'un diamètre de 4.445 cm et d'une masse d'environ 10 g pour une épaisseur d'environ 0.33 cm. Ces échantillons étaient réalisés par compaction à une pression de 132.3 MPa et isolés en périphérie lors des mesures.

2.4.2 Préparation des échantillons

La préparation des formulations étudiées a été réalisée selon la méthode décrite à la réf. 4. Cependant les compositions ont été mélangées en quantité réduite, soit 100 ou 200 g.

2.4.3 Variables étudiées

2.4.3.1 Ingrédients entrant dans la préparation de la composition expérimentale

Ces essais ont porté sur des mélanges à base de phosphore rouge enrobé de TAKTENE 1202, auxquels on a rajouté un à un les différents ingrédients pour converger peu à peu vers un mélange proche de la composition expérimentale. Une description de la composition de chaque mélange est donnée au tableau I.

2.4.3.2 Effet de la présence d'une interface

Ces essais ont été effectués avec deux échantillons aux caractéristiques semblables à l'exception que le deuxième fut pressé en deux incréments d'environ huit grammes chacun.

3.0 RÉSULTATS ET DISCUSSION

3.1 Essais préliminaires

3.1.1 Effet de la présence d'isolation

La présence d'isolation sur le pourtour extérieur de l'échantillon permet de limiter les pertes de chaleur radiales. Son effet s'est surtout fait sentir lors du traitement des données, dans le tracé des courbes $\ln (T_s - T)$ vs t et $\ln (T_l - T)$ vs t . Nous avons obtenu des lignes plus droites et ce sur un plus grand intervalle de temps. Les essais pour comparaison ont été effectués sur le R-45M et les résultats sont exposés au tableau II.

3.1.2 Effet du diamètre de l'échantillon

Les essais avec le R-45M ont aussi permis de fixer le diamètre des échantillons. Les effets d'épaisseur sont moins évidents avec des échantillons d'un diamètre de 4.445 cm qu'avec des échantillons de plus grande surface comme l'indiquent les résultats au tableau II.

Notons donc que pour un échantillon de petit diamètre (4.475 cm) isolé en périphérie, les valeurs de conductibilité thermiques sont très près de la valeur rapportée à la réf. 1 (3.65×10^{-4} cal/cm-s-°C) tant pour la méthode abrégée (3.5×10^{-4}) que pour la méthode rigoureuse (3.62×10^{-4}).

3.1.3 Effet de l'épaisseur

Le tableau III présente les essais effectués avec la composition C-65 sur l'effet de l'épaisseur des échantillons dans l'évaluation de la conductibilité thermique. Les résultats révèlent que lorsqu'on a atteint une certaine épaisseur, $L=0.33$ cm, les variations dues à

SANS CLASSIFICATION

8

TABLEAU I

Compositions étudiées

% MASSE						
Phosphore	TAKTENE 1202	Aluminium H-15	Aluminium 40XD	Aluminium Bluehead	NaNO ₃ nature	NaNO ₃ broyé
98	2	-	-	-	-	-
96	4	-	-	-	-	-
94	6	-	-	-	-	-
95	4	1	-	-	-	-
91	4	5	-	-	-	-
88	4	8	-	-	-	-
95	4	-	1	-	-	-
91	4	-	5	-	-	-
88	4	-	8	-	-	-
95	4	-	-	1	-	-
91	4	-	-	5	-	-
88	4	-	-	8	-	-
81	4	-	8	-	7	-
73	4	-	8	-	15	-
81	4	-	8	-	-	7
73	4	-	8	-	-	15

TABLEAU II

Essais réalisés avec un liant à base de R-45M

Épaisseur L (cm)	Diamètre D (cm)	Conductibilité thermique k (cal/cm-s-°C) x 10 ⁴					
		Avec isolation			Sans isolation		
		Méthode		écart %	Méthode		écart %
		Rigoureuse	Abrégée		Rigoureuse	Abrégée	
0.171	4.445	3.62	3.59	0.8	3.88	3.82	1.5
0.320	4.445	3.70	3.64	1.6	4.13	3.83	7.3
0.427	4.445	3.56	3.26	8.4	3.86	4.10	6.2
0.151	>4.445	3.10	2.98	3.9	3.53	3.45	2.3
0.282	>4.445	4.10	3.93	4.1	4.07	4.16	2.2
0.411	>4.445	4.73	4.42	6.6	4.41	4.25	3.6

l'épaisseur deviennent négligeables. Cette épaisseur correspond à une masse d'environ 10 grammes.

3.1.4 Effet de la pression de compaction

D'autres essais effectués sur la composition C-65 ont permis d'étudier l'influence de la pression de compaction sur l'évaluation de la conductibilité thermique. Les résultats donnés au tableau IV indiquent que la pression de compaction a peu d'influence sur la conductibilité thermique pour l'intervalle de pression vérifié.

La pression de 132.3 MPa est la pression maximum atteinte par la presse utilisée dans les conditions d'opération choisies. Cette valeur fut retenue pour des raisons de commodité et afin de nous permettre d'obtenir les échantillons les plus homogènes possibles.

3.1.5 Méthode abrégée vs méthode rigoureuse

Les tableaux II, III et IV contiennent pour chaque essai une valeur de la conductibilité thermique calculée par la méthode abrégée et une autre par la méthode rigoureuse. Ces résultats révèlent que les valeurs obtenues par la première méthode présentent un écart inférieur à 10% avec les valeurs de la conductibilité thermique calculées par la méthode rigoureuse.

3.2 Essais principaux

3.2.1 Effet des différents ingrédients

Au tableau V on retrouve les résultats d'essais effectués sur différents mélanges d'ingrédients entrant dans la préparation de la composition expérimentale. La variation de la concentration de TAKTENE 1202, dans un mélange (phosphore rouge-TAKTENE 1202) a eu peu d'influence sur la conductibilité thermique pour l'intervalle de concentrations étudié.

TABLEAU III

Effet de l'épaisseur

Épaisseur L (cm)	Masse M (g)	Densité g (cm)	Conductibilité thermique k (cal/cm-s-°C) x 10 ⁴		Écart %
			Méthode		
			rigoureuse	abrégée	
0.146	4.18	1.85	5.43	5.38	0.9
0.320	7.77	1.86	8.11	8.04	0.9
0.328	10.45	1.89	9.63	9.98	3.7
0.151	15.17	1.90	8.99	9.17	2.0

D = 4.445 cm

P = 132.3 MPa

TABLEAU IV

Effet de la pression

Pression P (Mpa)	Masse M (g)	Densité g (cm)	Conductibilité thermique k (cal/cm-s-°C) x 10 ⁴		Écart %
			Méthode		
			rigoureuse	abrégée	
55.1	14.81	1.79	7.94	7.62	4.0
88.2	15.94	1.90	8.84	8.87	2.0
93.7	15.17	1.90	8.99	9.17	2.0
132.3	14.89	1.95	8.55	8.33	2.6

D = 4.445 cm

L = 0.49 - 0.54 cm

SANS CLASSIFICATION

11

TABLEAU V

Effet des différents ingrédients

Z Masse							Densité (g/cm)	Conductibilité thermique k (cal/cm-s-°C) $\times 10^4$	
Phosphore	TAKTENE 1202	Aluminium H-15	Aluminium 40XD	Aluminium bluehead	NaNO ₃ nature	NaNO ₃ broyé		Méthode	
								Rigoureuse	Abrégée
98	2	-	-	-	-	-	1.83	3.43	3.24
96	4	-	-	-	-	-	1.90	3.66	3.16
94	6	-	-	-	-	-	1.94	-	3.63
95	4	1	-	-	-	-	1.92	-	3.49
91	4	5	-	-	-	-	1.94	3.81	3.76
88	4	8	-	-	-	-	1.93	-	3.50
95	4	-	1	-	-	-	1.89	3.70	3.55
91	4	-	5	-	-	-	1.89	5.40	3.54
88	4	-	8	-	-	-	1.94	4.67	3.57
95	4	-	-	1	-	-	1.93	-	3.66
91	4	-	-	5	-	-	1.92	-	3.67
88	4	-	-	8	-	-	1.93	4.14	3.86
81	4	-	8	-	7	-	1.89	7.03	3.86
73	4	-	8	-	15	-	1.94	-	3.44
81	4	-	8	-	-	7	1.94	7.63	4.13
73	4	-	8	-	-	15	1.95	-	4.23
									6.80
									7.73
									8.48
									8.31
									7.56
									7.22
									7.99
									8.06

D = 4.445cm
P = 132,3 MPa

On peut également observer qu'une variation de la concentration de l'aluminium H-15 ou du Bluehead dans les mélanges a elle aussi eu peu d'effet sur la conductibilité thermique pour l'intervalle de concentrations étudié. Par contre une augmentation de la concentration de l'aluminium 40XD fait passer la valeur de la conductibilité thermique de 3.7×10^{-4} cal/cm-s-°c pour une concentration de 1% à 7.3×10^{-4} cal/cm-s-°c pour une concentration de 8%.

Notons également qu'une augmentation de concentration de nitrate de sodium (NaNO_3) a tendance à faire augmenter la valeur de la conductibilité thermique. Il y a peu de différence du fait que le nitrate soit nature ou broyé.

3.2.2 Effet de la présence d'interface

Ces derniers essais, toujours sur des échantillons de C-65, avaient pour but de vérifier l'effet de la présence d'une interface dans une pastille. Au tableau VI les résultats montrent qu'avec une interface nous avons une valeur moyenne de 8.58×10^{-4} cal/cm-s-°c alors que sans interface nous avons obtenu une valeur de 8.84×10^{-4} cal/cm-s-°c. Dans ce cas, l'interface n'a pas eu d'influence sur la conductibilité thermique.

TABLEAU VI

Effet de la présence d'une interface

Masse M (g)	Épaisseur L (cm)	Pression P (MPa)	Interface	Conductivité thermique k (cal/cm-s-°c) x 10 ⁴	
				Méthode	
				rigoureuse	abrégée
15.94	0.541	88.2	NON	8.84	8.66 9.08
16.11	0.550	88.2	OUI	-	8.34 8.81

D = 4.445 cm

4.0 CONCLUSIONS

Dans le traitement mathématique de l'évaluation de la conductibilité, il est possible d'utiliser, avec une précision convenable, une méthode de calcul abrégée au lieu de la méthode rigoureuse plus longue pour les conditions expérimentales choisies.

Les variations de concentration de l'aluminium 40XD et du nitrate de sodium produisent les effets les plus notables sur la conductibilité thermique des mélanges à base d'ingrédients qui entrent dans la préparation de la composition expérimentale C-65.

Le type d'aluminium est donc déterminant pour obtenir une valeur élevée de conductibilité thermique. Les meilleurs résultats ont été obtenus pour les compositions contenant un aluminium en flocons.

Les essais très limités sur la présence d'une interface dans un échantillon ont été peu concluants, mais ils laissent croire qu'une interface offre peu ou pas de résistance supplémentaire au transfert de chaleur à l'intérieur d'une chandelle pyrotechnique de cette composition. Il serait intéressant d'approfondir davantage cette question et de voir l'effet sur la conductibilité thermique de la présence de plusieurs interfaces dans un échantillon.

5.0 REMERCIEMENTS

Les auteurs tiennent à remercier les membres du Groupe pyrotechnie pour le support qu'ils leur ont accordé, en particulier M. Michel Hébert pour le traitement des données et Mme Hélène Gagnon pour la préparation des échantillons.

6.0 RÉFÉRENCES

1. Drolet, J.F., "Thermal Conductivity of DREV Composite Explosives", DREV TN-1986/71, December 1971, UNCLASSIFIED
2. Christie, F.A. and Drolet, J.F., "Castable Composite Explosives: Evaluation of Thermophysical Properties", DREV TN-2057/73, April 1973, UNCLASSIFIED
3. Holmon, J.P., "Heat Transfer", 3rd ed. McGraw-Hill, New York, 1972.
4. Liberman, T. and Lessard, P., "Improved Red-Phosphorus-Based Smoke and Flame Composition", DREV R-4536/89, May 1989, UNCLASSIFIED
5. Weast, R.C. ed., "Handbook of Chemistry and Physics", 64th ed. (1983-84), CRC Press, Boca Raton, Florida, p. D-94.

ANNEXE ADéveloppement des équations

Le flux d'énergie unidirectionnel par conduction en régime stationnaire peut s'exprimer par la relation suivante:

$$q = - kA \frac{dT}{dx} \quad [A-1]$$

où q = flux d'énergie par conduction selon l'axe des x ,

k = conductibilité thermique,

A = surface de transfert d'énergie,

$\frac{dT}{dx}$ = gradient de température sur l'axe des x .

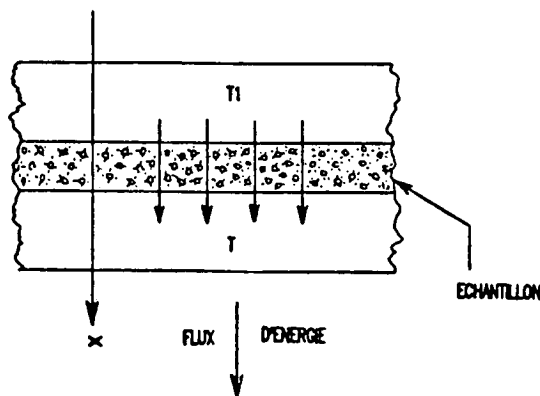


FIGURE A1 - Situation théorique

Tel qu'illustré à la fig. A1, nous avons un échantillon de matériel d'épaisseur L et d'aire A que l'on place entre 2 plaques de métal infinies. Ces plaques sont initialement à température de T_1 et T où $T_1 > T$. Si on assume qu'il n'y a pas de perte de chaleur par les côtés de l'échantillon, alors la relation de Fourier nous dit que (voir fig. A2).

$$Q = kA (T_1 - T) t/L \quad [A-2]$$

où Q est la quantité de chaleur transmise en un temps t .

On peut représenter notre cas par le schéma suivant:

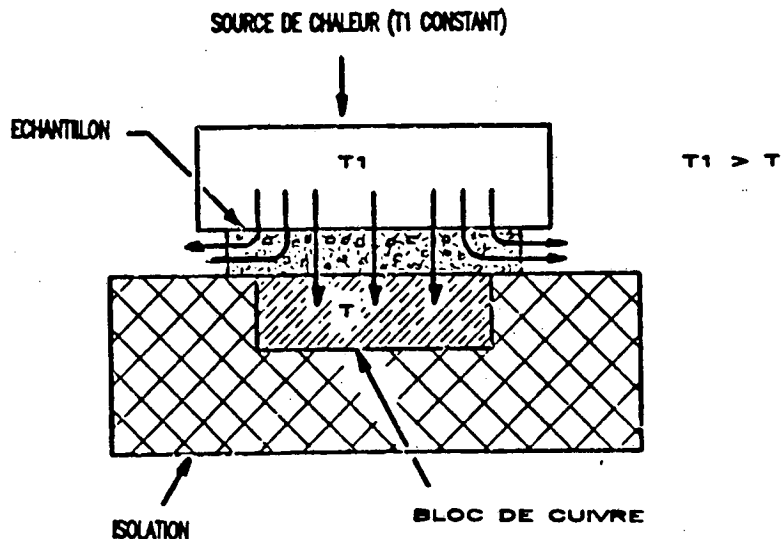


FIGURE A2 - Situation réelle

Si on suppose que les pertes radiales sont négligeables et que dans un court intervalle de temps dt la température du bloc de cuivre augmente de dT , alors la chaleur reçue par le bloc par unité de temps est donnée par:

$$\frac{Q}{t} = M_c C \frac{dT}{dt} \quad [A-3]$$

où M_c et C sont respectivement la masse et la chaleur spécifique du bloc de cuivre.

Si on regroupe les équations A-2 et A-3, l'énergie qui traverse l'échantillon doit être égale à l'énergie captée par le bloc de cuivre, soit

$$kA (T_1 - T) / L = M_c C \frac{dT}{dt} \quad [A-4]$$

Méthode abrégée

Les pertes de chaleur sont considérées comme nulles, l'équation

A-4 devient: $\frac{dT}{T_1-T} = -\frac{kA dt}{M_c L C}$ et après intégration nous donne:

$$\ln (T_1-T) = -\frac{kA t}{L M_c C} + \ln (T_1-T_a) \quad [A-5]$$

avec comme condition limite à $t = 0$, $T = T_a$ où T_a = température ambiante.

Un tracé de $\ln(T_1-T)$ vs t nous donne une droite de pente $-m_1$ où:

$$m_1 = -\frac{kA}{M_c L C} \quad [A-6]$$

en conséquence:

$$k = -m_1 \frac{L M_c C}{A} \quad [A-7]$$

Dans le cas réel, il y a des pertes de chaleur au niveau du receveur (bloc de cuivre) dont on peut tenir compte en introduisant le terme m_2 selon l'équation ci-contre:

$$\frac{dT}{dt} = m_1 (T_1-T) - m_2 (T-T_a) \quad [A-8]$$

On peut modifier l'équation A-8 de cette façon:

$$\frac{dT}{dt} = (m_1+m_2) (T_1-T) - m_2 (T_1-T_a)$$

$$\frac{dT}{(m_1+m_2) (T_1-T) - m_2 (T_1-T_a)} = dt$$

$$-\frac{1}{m_1+m_2} \ln \left[\frac{(m_1+m_2) (T_1-T) - m_2 (T_1-T_a)}{(m_1+m_2) (T_1-T_a) - m_2 (T_1-T_a)} \right] = t \quad [A-9]$$

Avec comme condition limite à $t = 0$ $T = T_a$ et si $t \rightarrow \infty$ alors $T \rightarrow T_s$

donc

$$\frac{m_1+m_2 (T_1-T_s) - m_2 (T_1-T_a)}{m_1+m_2 (T_1-T_a) - m_2 (T_1-T_a)} \rightarrow 0$$

et enfin:

$$T_s = T_1 - \frac{m_2 (T_1-T_a)}{m_1+m_2} \quad [A-10]$$

par substitution, l'équation A-9 devient:

$$-\frac{1}{m_1+m_2} \ln \left[\frac{T_s - T}{T_s - T_a} \right] = t$$

et finalement:

$$\ln (T_s - T) = - (m_1+m_2)t + \ln (T_s - T_a) \quad [A-11]$$

Si on inclut l'équation A-10 dans le membre de droite de l'équation A-11

$$\ln(T_s - T) = \ln \left[\frac{m_1 (T_1 - T_a)}{m_1 + m_2} \right] - (m_1 + m_2)t \quad [A-12]$$

Un tracé de $\ln (T_s - T)$ vs t nous donne une droite de pente = $-(m_1 + m_2)$

Si on isole m_1 dans l'équation A-10, on obtient:

$$m_1 = \left[1 - \frac{(T_s - T_1)}{(T_a - T_1)} \right] (m_1 + m_2)$$

En combinant avec l'équation A-6

$$m_1 = - \frac{kA}{LM_c} = \left[1 - \frac{(T_s - T_1)}{(T_a - T_1)} \right] (m_1 + m_2)$$

et finalement

$$k = - \frac{LCM_c}{A} \left[1 - \frac{(T_s - T_1)}{(T_a - T_1)} \right] (m_1 + m_2) \quad [A-13]$$

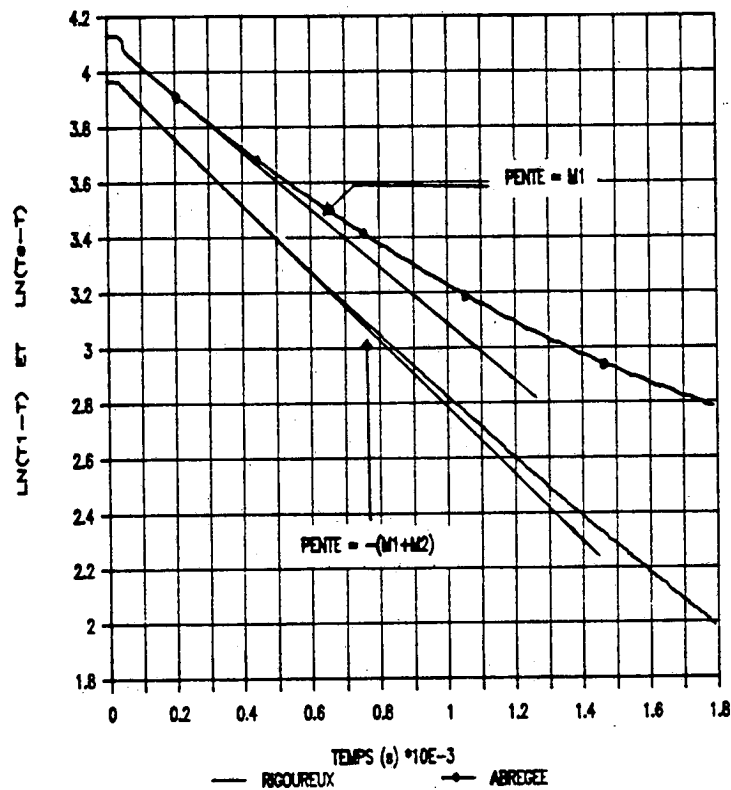
ANNEXE BExemple de calcul

FIGURE B1 - Exemple d'application

Cet exemple de calcul de la conductibilité thermique a été fait avec le R-45M selon les conditions suivantes:

$$M_c = 339.4 \text{ g}$$

$$A = \pi (4.445)^2 / 4 = 15.52 \text{ cm}^2$$

$$D = 4.445 \text{ cm}$$

$$L = 0.171 \text{ cm}$$

Avec isolation

$$T_a = 27.2^\circ\text{C}$$

$$T_1 = 88.3^\circ\text{C}$$

$$C = 0.093 \text{ cal/g-K}$$

$$T_s = 79.8^\circ\text{C (mesurée)}$$

Méthode abrégée

Pour le calcul de la pente de $\ln(T_1 - T)$ vs t , on choisit la portion de la courbe qui est droite, dans ce cas entre 50-300 secondes. À l'aide du logiciel Lotus 1-2-3, on calcule une pente $m_1 = -1.03 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$. Selon l'équation A-7 nous avons:

$$k = \frac{m_1 L M_c C}{A}$$

$$= \frac{(-1.03 \times 10^{-3}) \times 0.17 \times 339.4 \times 0.093}{15.52} \quad [=] \quad \frac{\text{cm-g-cal}}{\text{s-c}^2\text{-g-}^\circ\text{C}}$$

$$k = 3.59 \times 10^{-4} \text{ cal/cm-s-}^\circ\text{C}$$

Méthode rigoureuse

Pour le calcul de la pente de la $\ln(T_s - T)$ vs t , on choisit la portion de la courbe qui est droite, dans ce cas entre 50-600 secondes. À l'aide du logiciel Lotus 1-2-3, on calcule une pente $(m_1 + m_2) = -1.21 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$.

Selon l'équation A-13 nous avons:

$$k = - \frac{LCM_c}{A} \left[1 - \frac{(T_s - T_1)}{(T_a - T_1)} \right] (m_1 + m_2)$$

$$= \frac{0.171 \times 0.093 \times 339.4}{15.52} \left[1 - \frac{(79.8 - 88.3)}{(27.2 - 88.3)} \right] \times 1.21 \times 10^{-3}$$

$$[=] \text{ cm} \times \frac{\text{cal}}{\text{g-}^\circ\text{C}} \times \text{g} \times \frac{1}{\text{s}}$$

$$k = 3.61 \times 10^{-4} \text{ cal/cm-s-}^\circ\text{C}$$

l'écart entre les méthodes est évalué de la manière suivante:

$$\text{écart (\%)} = \frac{|(3.61 \times 10^{-4} - 3.59 \times 10^{-4})| \times 100}{3.61 \times 10^{-4}} = 0.6\%$$

DISTRIBUTION INTERNE

CRDV M-3036/90

- 1 - Chef
- 1 - Chef adjoint
- 1 - Adjoint militaire
- 1 - Directeur, Division de l'armement
- 1 - Directeur, Division de l'électro-optique
- 1 - Directeur, Division du Commandement et contrôle
- 1 - Directeur, Division des matériaux énergétiques
- 6 - Bibliothèque
- 1 - M. P. Lessard (auteur)
- 1 - Dr. R. Lavertu
- 1 - M. R.E. Kluchert
- 1 - M. G. Couture
- 1 - M. C. Carrier
- 1 - M. D. Sanschagrin
- 1 - M. P. Brière
- 1 - M. M. Hébert
- 1 - Mme H. Gagnon

SANS CLASSIFICATION

24

DISTRIBUTION EXTERNE

CRDV M-3036/90

- 2 - DSIS
- 1 - CRAD
- 1 - DRDL
- 1 - DAME
- 1 - DAME 3-5

- 1 - M. S. Nolet
11 A St-Maurice
Lévis, QC
G6V 5C8